

[О журнале](#)[Редколлегия](#)[Для авторов](#)[Содержание](#)

О журнале

Журнал основан в 2004 году [Институтом математики им. С. Л. Соболева СО РАН](#).

Зарегистрирован в Министерстве РФ по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций 24 марта 2004 г. (Эл N 77-8705). Журнал ориентирован на быструю электронную публикацию научных статей по следующим направлениям математики:

- вещественный, комплексный и функциональный анализ
- дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
- математическая физика
- геометрия и топология
- теория вероятностей и математическая статистика
- математическая логика, алгебра и теория чисел
- вычислительная математика
- дискретная математика и математическая кибернетика

Также принимаются к печати обзоры, статьи о математической жизни и труды конференций. Все статьи проходят процедуру рецензирования. Все опубликованные статьи находятся в открытом доступе.

Журнал издается только в электронном виде. Статьи выкладываются в интернете сразу после принятия решения об их публикации редколлегией и технического редактирования. В год выходит один том.

Журнал реферируется и индексируется [Mathematical Reviews](#), [CiteFactor](#), [Math-Net.Ru](#), [eLibrary.ru \(РИНЦ\)](#) и [Scopus](#).

Согласно информации, размещенной 25.05.2015 на сайте ВАК (<http://vak.ed.gov.ru/87>) журнал «Сибирские электронные математические известия» включен под номером 38 в список «Рецензируемые научные издания (текущие номера которых или их переводные версии входят в международные базы данных и системы цитирования)», включенные в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук».

Scopus Preview

SearchSourcesAlertsListsHelpLogin

Source detailsFeedbackCompare sources

Siberian Electronic Mathematical Reports

Open Access

Scopus coverage years: from 2011 to 2016

Publisher: Sobolev Institute of Mathematics

ISSN: 1813-3304

Subject area: Mathematics

Set document alertJournal Homepage

Visit Scopus Journal Metrics

CiteScore 20150.50

SJR 20150.415

SNIP 20151.484

CiteScoreCiteScore rank & trendScopus content coverage

CiteScore 2015

Calculated on 31 May, 2016

0.50

Citation Count 201539 Citations

Documents 2012 - 2014*78 Documents

*CiteScore includes all available document types

View CiteScore methodologyCiteScore FAQView CiteScore trends

CiteScore rank

In category: Mathematics

Percentile: 51st

Rank: #153/317

СИБИРСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИЗВЕСТИЯ

Siberian Electronic Mathematical Reports

<http://semr.math.nsc.ru>

Том 14, стр. 92–97 (2017)
DOI 10.17377/semi.2017.14.010УДК 512.56, 512.57
MSC 06B15, 08C15

О СЛОЖНОСТИ РЕШЕТОК КВАЗИМНОГООБРАЗИЙ

С.М. ЛУЦАК

ABSTRACT. We prove that any AD-class of algebraic structures of finite signature contains continuum many proper subclasses, which have the Nurakunov non-computability property, but which are not Q-universal (among those are almost all the known Q-universal quasivarieties nowadays). A similar result holds for some classes of algebraic structures of countable signature. This provides a negative answer to an open question.

Keywords: computable set, lattice, quasivariety, Q-universality.

1. ВВЕДЕНИЕ

В работе рассматривается сложность строения решеток (относительных) квазимногообразий.

Определение 1. Будем говорить, что класс $\mathbf{K}$ алгебраических систем фиксированной сигнатуры имеет свойство невычислимости [неперечислимости, соответственно] Нуракунова, если множество всех (типов изоморфизма) конечных подрешеток решетки $Lq(\mathbf{K})$ не является вычислимым [вычислимо перечислимым].

Таким образом, если класс $\mathbf{K}$ алгебраических систем фиксированной сигнатуры имеет свойство Нуракунова, то не существует алгоритма, который бы определял, вложима ли конечная решетка в решетку $Lq(\mathbf{K})$ или нет. В работе [1] А. М. Нуракунов построил первый пример квазимногообразия (а именно, квазимногообразие унаров), обладающего указанным в определении 1 свойством. В работе [2] он же построил аналогичный пример в квазимногообразии всех точечных абелевых групп. Существование квазимногообразий со свойством Нуракунова свидетельствует о том, что решетки квазимногообразий могут быть чрезвычайно сложными.

LUTSAK, S.M., ON THE COMPLEXITY OF QUASIVARIETY LATTICES.

© 2017 Луцак С.М.

Поступила 14 ноября 2016 г., опубликована 10 февраля 2017 г.

Другую меру сложности решеток квазимногообразий отражает понятие Q -универсальности. Согласно М. В. Сапиру [3], квазимногообразии $\mathbf{R}$ Q -универсальны, если для любого квазимногообразия $\mathbf{R}'$ конечной сигнатуры решетка $Lq(\mathbf{R}')$ является гомоморфным образом некоторой подрешетки в $Lq(\mathbf{R})$. К настоящему моменту известно очень много различных Q -универсальных квазимногообразий, см. обзорную работу [4], а также [5, раздел 5.4.5]. Недавно А. М. Нуракунов [2] доказал Q -универсальность квазимногообразия точечных абелевых групп.

Основываясь на идеях А. М. Нуракунова из [1], в работе М. В. Швидефски и А. Замойской-Дженио [6] была установлена связь между этими свойствами, упомянутыми выше. А именно, было доказано, что класс $\mathbf{K}$ *всех* систем сигнатуры σ является Q -универсальным тогда и только тогда, когда он содержит подкласс, обладающий свойством невычислимости [неперечислимости] Нуракунова, см. [6, теорема 6.3]. В этой связи возникла следующая

Проблема 1. [6, проблема 2], [7, проблема 5.1] *Верно ли, что любой Q -универсальный класс систем $\mathbf{K}$ фиксированной сигнатуры содержит подкласс, обладающий свойством невычислимости [неперечислимости] Нуракунова? Существует ли класс $\mathbf{K}$, не являющийся Q -универсальным, но, тем не менее, обладающий указанным выше свойством?*

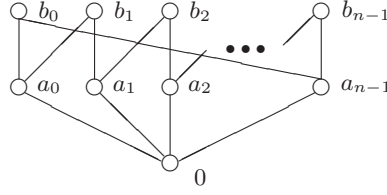
В работе М. В. Швидефски [7] был дан положительный ответ на первый вопрос для почти всех известных к настоящему времени Q -универсальных квазимногообразий, [7, теорема 4.2]. Здесь мы покажем, что и на второй вопрос ответ положителен. А именно, теоремы 2 и 3 устанавливают, что для различных сигнатур существует континуум классов, обладающих свойством невычислимости [неперечислимости] Нуракунова, но не являющихся Q -универсальными. Последнее имеет место в силу того, что нами найдено нетривиальное тождество, истинное на решетках квазимногообразий указанных классов, см. теорему 1. Заметим также, что теорема 2 имеет довольно широкий спектр применимости.

Настоящая работа организована следующим образом. Основные понятия определены в разделе 2. Отсутствующие там определения могут быть найдены в [5, 8]. В разделе 3 мы доказываем основные результаты: теоремы 1, 2 и 3.

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Для нижней полурешетки $\mathcal{S} = \langle S; \wedge \rangle$ обозначим через $\text{Sub}(\mathcal{S})$ решетку всех нижних подполурешеток в $\mathcal{S}$. Для любых двух подполурешеток $S_0, S_1 \in \text{Sub}(\mathcal{S})$ множество $S_0 + S_1 = \{s_0 \wedge s_1 \mid s_0 \in S_0, s_1 \in S_1\}$ является наименьшей нижней подполурешеткой в $\mathcal{S}$, содержащей $S_0 \cup S_1$; т. е., решеточным объединением S_0 и S_1 в $\text{Sub}(\mathcal{S})$.

Обозначим через $\mathbf{K}(\sigma)$ класс всех систем сигнатуры σ ; через $\mathbf{Q}(\mathbf{K})$ наименьшее квазимногообразие, содержащее класс $\mathbf{K} \subseteq \mathbf{K}(\sigma)$, и через $\mathbf{S}(\mathbf{K})$ класс всех систем из $\mathbf{K}(\sigma)$, изоморфных подсистемам систем из $\mathbf{K}$, [5, с. 24]. Пусть $\mathbf{K}' \subseteq \mathbf{K} \subseteq \mathbf{K}(\sigma)$. Тогда $\mathbf{K}'$ называется $\mathbf{K}$ -квазиэквивалентным, если $\mathbf{K}' = \mathbf{K} \cap \text{Mod}(\Sigma)$ для некоторого множества Σ квазитождеств сигнатуры σ , [5, с. 117]. Множество всех $\mathbf{K}$ -квазиэквивалентных подклассов, упорядоченное по включению, образует полную решетку, которая называется *решеткой $\mathbf{K}$ -квазимногообразий* или *решеткой квазимногообразий для $\mathbf{K}$* , или просто *решеткой*

Рис. 1. Нижняя полурешетка $\mathcal{K}_n$ типа “корона”

относительных квазимногообразий, когда $\mathbf{K}$ легко восстанавливается из контекста, и обозначается $\text{Lq}(\mathbf{K})$, [5, с. 205]. Все рассматриваемые классы алгебраических систем являются абстрактными, т.е. замкнуты относительно изоморфизмов.

Нам потребуется также следующая

Лемма 1. [1, лемма 3] Пусть $\mathbf{L}$ — бесконечное вычислимое множество парно невложимых подпрямых неразложимых конечных решеток, содержащих, по крайней мере, 3 элемента. Пусть $\mathcal{K}$ — решетка и пусть множество $\mathbf{L}_0 \subseteq \mathbf{L} \cap \mathbf{S}(\mathcal{K})$ таково, что $\mathcal{K} \leq_s \prod \{\mathcal{L} \mid \mathcal{L} \in \mathbf{L}_0\} \times \mathbf{2}$, где $\mathbf{2}$ обозначает двухэлементную решетку.

- (1) Если множество $\mathbf{L}_0$ вычислимо перечислимо, но не вычислимо, то множество всех конечных подрешеток решетки $\mathcal{K}$ также вычислимо перечислимо, но не вычислимо.
- (2) Если множество $\mathbf{L}_0$ не является вычислимо перечислимым, то множество всех конечных подрешеток решетки $\mathcal{K}$ также не является вычислимо перечислимым.

3. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для $0 < n < \omega$ рассмотрим следующее тождество T_n , похожее на тождество H_n , которое рассматривалось в работе [9]:

$$U_n = \bigvee_{0 \leq i \leq n-1} V_{i,n},$$

где решеточные термы от переменных $x_0, x_1, \dots, x_n, x'_1, \dots, x'_n$ определены следующим образом:

$$\begin{aligned} U_{n,n} &= x_n; \\ U_{i,n} &= x_i \wedge (U_{i+1,n} \vee x'_{i+1}), & 0 \leq i \leq n-1; \\ U_n &= U_{0,n}; \\ V_{i,i,n} &= (x_i \wedge U_{i+1,n}) \vee (x_i \wedge x'_{i+1}), & 0 \leq i \leq n-1; \\ V_{i,j,n} &= x_j \wedge (V_{i,j+1,n} \vee x'_{j+1}), & 0 \leq j < i \leq n-1; \\ V_{i,n} &= V_{i,0,n}, & 0 \leq i \leq n-1. \end{aligned}$$

Тогда тождество T_3 имеет вид:

$$U_3 = V_{0,3} \vee V_{1,3} \vee V_{2,3}.$$

Пусть $\mathcal{K}_n$, $n \in \omega \setminus \{0, 1, 2\}$, — конечная нижняя полурешетка типа “корона”, представленная на рис. 1.

Теорема 1. Для любого $n \in \omega \setminus \{0, 1, 2\}$ решетка $\text{Sub}(\mathcal{K}_n)$ удовлетворяет тождеству T_3 .

Доказательство. Согласно [9, лемма 5.2], для любого $n > 0$ неравенства

$$V_{i,n} \leq U_n, \quad 0 \leq i \leq n-1$$

выполняются в любой решетке. Таким образом, достаточно проверить, что неравенство $U_3 \leq V_{0,3} \vee V_{1,3} \vee V_{2,3}$ выполняется в решетке $\text{Sub}(\mathcal{K}_n)$. Действительно, пусть $A_0, A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3 \in \text{Sub}(\mathcal{K}_n)$. Мы используем те же обозначения, что используются для термов, и для значений этих термов в решетке $\text{Sub}(\mathcal{K}_n)$ при означивании $x_i \mapsto A_i$, $0 \leq i \leq 3$, $x'_i \mapsto B_i$, $1 \leq i \leq 3$.

Итак, пусть $a_0 \in U_3$. Тогда $a_0 \in A_0$ и $a_0 \in U_{1,3} + B_1$. В этом случае найдутся элементы $a_1 \in U_{1,3}$ и $b_1 \in B_1$, такие что $a_0 = a_1 \wedge b_1$ в $\mathcal{K}_n$. Если $a_0 = a_1$ или $a_0 = b_1$, то $a_0 \in (A_0 \cap U_{1,3}) \cup (A_0 \cap B_1) \subseteq V_{0,0,3} = V_{0,3}$. В противном случае $a_0 < a_1$, $a_0 < b_1$ и найдутся элементы $a_2 \in U_{2,3}$ и $b_2 \in B_2$, такие что $a_1 = a_2 \wedge b_2$ в $\mathcal{K}_n$. Если $a_1 = a_2$ или $a_1 = b_2$, то $a_1 \in (A_1 \cap U_{2,3}) \cup (A_1 \cap B_2) \subseteq V_{1,1,3}$. Поэтому $a_0 \in A_0 \cap (V_{1,1,3} + B_1) = V_{1,0,3} = V_{1,3}$. В противном случае $a_1 < a_2$, $a_1 < b_2$ и найдутся элементы $a_3 \in U_{3,3} = A_3$ и $b_3 \in B_3$, такие что $a_2 = a_3 \wedge b_3$ в $\mathcal{K}_n$. И снова если $a_2 = a_3$ или $a_2 = b_3$, то $a_2 \in (A_2 \cap A_3) \cup (A_2 \cap B_3) \subseteq V_{2,2,3}$. Поэтому $a_1 \in A_1 \cap (V_{2,2,3} + B_2) = V_{2,1,3}$ и $a_0 \in A_0 \cap (V_{2,1,3} + B_1) = V_{2,0,3} = V_{2,3}$.

В противном же случае, $a_2 < a_3$, $a_2 < b_3$, то есть $\mathcal{K}_n$ содержит цепь $a_0 < a_1 < a_2 < a_3$, что невозможно, поскольку полурешетка $\mathcal{K}_n$ не содержит четырехэлементных цепей. Полученное противоречие завершает доказательство. $\square$

Поскольку тождества мультипликативно устойчивы [8, с. 189], справедливо следующее утверждение.

Следствие 1. Решетка $\prod_{n \in N} \text{Sub}(\mathcal{K}_n)$ удовлетворяет тождеству T_3 , для произвольного множества $N \subseteq \omega \setminus \{0, 1, 2\}$.

Следствие 1 будет использовано при доказательстве основного результата для того, чтобы показать, что все те классы [квазимногообразия], существование которых утверждается в теоремах 2 и 3, не являются Q -универсальными.

В работе М. Адамса и В. Дзебяка [10] были рассмотрены определенные свойства $(P_1)-(P_4)$ и было показано, что любое квазимногообразие алгебраических систем фиксированной сигнатуры, содержащее подкласс конечных систем, обладающих этими свойствами, является Q -универсальным. В работе М. В. Швидефски [7] были рассмотрены свойства $(P_0)-(P_4)$, очень близкие к свойствам М. Адамса и В. Дзебяка, и было показано, что любой класс, содержащий подкласс со свойствами $(P_0)-(P_4)$, Q -универсален и содержит подкласс, обладающий свойством невычислимости [неперечислимости] Нуракунова. Теорема 2 уточняет этот результат. Но сначала мы дадим определение свойств $(P_0)-(P_4)$.

Определение 2. Мы говорим, что класс $\mathbf{K}$ систем фиксированной сигнатуры является AD-классом, если $\mathbf{K}$ содержит подкласс $\mathbf{A} = \{\mathcal{A}_X \mid X \in \mathcal{P}_{fin}(\omega)\}$ со следующими свойствами:

(P_0) для любого $X \in \mathcal{P}_{fin}(\omega)$ система $\mathcal{A}_X$ l -проективна в $\mathbf{Q}(\mathbf{A})$, а тривиальная конгруэнция является кокомпактным элементом в решетке относительно конгруэнций $\text{Con}_{\mathbf{Q}(\mathbf{A})}\mathcal{A}_X$;

- (P₁) $\mathcal{A}_\emptyset$ является тривиальной системой;
- (P₂) если $X = Y \cup Z$ в $\mathcal{P}_{fin}(\omega)$, то $\mathcal{A}_X \in \mathbf{Q}(\mathcal{A}_Y, \mathcal{A}_Z)$;
- (P₃) если $\emptyset \neq X \in \mathcal{P}_{fin}(\omega)$ и $\mathcal{A}_X \in \mathbf{Q}(\mathcal{A}_Y)$, то $X = Y$;
- (P₄) если $\mathcal{A}_X \leq \mathcal{B}_0 \times \mathcal{B}_1$ для некоторых систем $\mathcal{B}_0, \mathcal{B}_1 \in \mathbf{Q}(\mathbf{A})$, то существуют $Y_0, Y_1 \in \mathcal{P}_{fin}(\omega)$, такие что $\mathcal{A}_{Y_0} \in \mathbf{Q}(\mathcal{B}_0)$, $\mathcal{A}_{Y_1} \in \mathbf{Q}(\mathcal{B}_1)$ и $X = Y_0 \cup Y_1$.

Теорема 2. Пусть класс $\mathbf{R}$ алгебраических систем конечной сигнатуры является AD-классом. Тогда существует континуум подклассов $\mathbf{K}$ в $\mathbf{R}$, обладающих свойством невычислимости [неперечислимости] Нуракунова, и не являющихся Q -универсальными.

Доказательство. Пусть множество $N \subseteq \omega \setminus \{0, 1, 2\}$ вычислимо перечислимо, но не вычислимо [не является вычислимо перечислимым] и $\{\mathcal{K}_n \mid n \in N\}$ — класс конечных нижних полурешеток типа “корона”, см. рис. 1. Согласно теореме [7, теорема 3.4], примененной к классу $\{\mathcal{K}_n \mid n \in N\}$, существует класс $\mathbf{K} \subset \mathbf{R}$, такой что $\text{Lq}(\mathbf{K}) \cong \prod_{n \in N} \text{Sub}(\mathcal{K}_n)$. Согласно [1, лемма 17], решетка $\text{Sub}(\mathcal{K}_n)$ подпрямо неразложима для любого $n > 2$. Согласно [1, лемма 18], $\text{Sub}(\mathcal{K}_m)$ вложима в $\text{Sub}(\mathcal{K}_n)$ тогда и только тогда, когда $m = n$. Пусть $\mathbf{L} = \{\text{Sub}(\mathcal{K}_n) \mid n > 2\}$ и пусть $\mathbf{L}_0 = \{\text{Sub}(\mathcal{K}_n) \mid n \in N\}$. Тогда $\mathbf{L}_0 \subseteq \mathbf{L} \cap \mathbf{S}(\text{Lq}(\mathbf{K}))$. Следовательно, множество типов изоморфизма класса всех конечных подрешеток решетки $\text{Lq}(\mathbf{K})$ вычислимо перечислимо, но не вычислимо [не является вычислимо перечислимым] согласно лемме 1(i) [(ii)].

Кроме того, решетка $\text{Lq}(\mathbf{K})$ удовлетворяет нетривиальному тождеству T_3 согласно следствию 1, т. е. класс $\mathbf{K}$ не является Q -универсальным. Поскольку множество подмножеств счетного множества, не являющихся вычислимо перечислимыми, континуально, получаем утверждение теоремы. $\square$

Следующая теорема является результатом применения теоремы 2 к различным классам алгебраических систем, которые, согласно [7, §5], являются AD-классами.

Теорема 3. Для следующих классов алгебраических систем существует континуум подклассов $\mathbf{K}$, обладающих свойством невычислимости [неперечислимости] Нуракунова, но не являющихся Q -универсальными:

- (1) многообразии всех унарных;
- (2) многообразии всех точечных абелевых групп;
- (3) квазимногообразии всех [ориентированных] графов;
- (4) многообразии всех дифференциальных группоидов;
- (5) многообразии всех одноэлементных систем бесконечной сигнатуры, состоящей из константных [одноместных предикатных] символов;
- (6) многообразии всех коммутативных колец с единицей;
- (7) “finite-to-finite” универсальные квазимногообразия;
- (8) многообразии MV -алгебр;
- (9) многообразии канторовых алгебр;
- (10) минимальные многообразия унарных алгебр;
- (11) многообразии модулярных решеток;
- (12) квазимногообразии Сапира, порожденное одной полугруппой.

В случаях (1) и (5) классы $\mathbf{K}$ можно выбрать квазимногообразиями.

Доказательство. Требуемые утверждения следуют из теоремы 2, а также из результатов работ, где было показано, что соответствующие классы алгебраических систем являются AD-классами, см. [10], [11], [4, §5], [5, раздел 5.4.5], [7, §5], а также библиографию в [7].

Согласно теореме [1, теорема 2], примененной к классу $\{\mathcal{K}_n \mid n \in N\}$, существует квазимногообразие $\mathbf{U}_N$ унарков, такое что $\text{Lq}(\mathbf{U}_N) \leq_s \prod_{n \in N} \text{Sub}(\mathcal{K}_n) \times \mathbf{2}$, где $\mathbf{2}$ обозначает двухэлементную решетку. Отсюда, из леммы 1, а также из [6, теорема 5.3], [12, теорема 9.3] вытекает последнее утверждение. $\square$

Доказанные теоремы 2 и 3 свидетельствуют о том, что ответ на второй вопрос проблемы 1 положителен. Теорема 2 может быть применена почти ко всем известным к настоящему времени Q -универсальным квазимногообразиям, поскольку в соответствующих работах установлено, что эти квазимногообразия являются AD-классами, см. [10], [11], [4, §5], [5, раздел 5.4.5], [7, §5], а также библиографию в [7]. В теореме 3 перечислены лишь некоторые, наиболее известные, из этих классов.

В заключение автор выражает свою признательность М. В. Швидефски за постановку вопроса и полезные обсуждения, а также анонимному рецензенту за ценные рекомендации.

REFERENCES

- [1] A. M. Nurakunov, *Unreasonable lattices of quasivarieties*, Internat. J. Algebra Comput., **22**:3 (2012), 1–17. MR2922379
- [2] A. M. Nurakunov, *Quasivariety lattices of pointed Abelian groups*, Algebra and Logic, **53**:3 (2014), 372–400. MR3288442
- [3] M. V. Sapir, *The lattice of quasivarieties of semigroups*, Algebra Universalis, **21**:2–3 (1985), 172–180. MR0855737
- [4] M. E. Adams, K. V. Adaricheva, W. Dziobiak, A. V. Kravchenko, *Open questions related to the problem of Birkhoff and Maltsev*, Stud. Log., **78**:1–2 (2004), 357–378. MR2108035
- [5] V. A. Gorbunov, *Algebraic Theory of Quasivarieties*, New York, Plenum, 1998. MR1654844
- [6] M. V. Schwedefsky, A. Zamojska-Dzienio, *Lattices of subclasses. II*, Internat. J. Algebra Comput., **24**:8 (2014), 1099–1126. MR3296358
- [7] M. V. Schwedefsky, *On the complexity of quasivariety lattices*, Algebra and Logic, **54**:3 (2015), 381–398. Zbl 1339.08005
- [8] A. I. Maltsev, *Algebraic Systems*, New York, Springer-Verlag, 1973. MR0349384
- [9] M. V. Semenova, F. Wehrung, *Sublattices of lattices of order-convex sets. II. Posets of finite height*, Internat. J. Algebra Comput., **13**:5 (2003), 543–564. MR2027222
- [10] M. E. Adams, W. Dziobiak, *Q-universal quasivarieties of algebras*, Proc. Amer. Math. Soc., **120**:4 (1994), 1053–1059. MR1172942
- [11] M. E. Adams, W. Dziobiak, *Finite-to-finite universal quasivarieties are Q-universal*, Algebra Universalis, **46**:1–2 (2001), 253–283. MR1835799
- [12] M. V. Semenova, A. Zamojska-Dzienio, *On lattices of subclasses*, Siberian Math. J., **53**:5 (2012), 1111–1132. MR3057931

SVETLANA MIHAILOVNA LUTSAK
 THE L.N. GUMILYOV EURASIAN NATIONAL UNIVERSITY
 SATPAEV STR. 2
 010000, ASTANA, KAZAHSTAN
 E-mail address: sveta_lutsak@mail.ru

Содержание Том 14 (2017)

Геометрия и топология

Паненко Р.

Φ -гармонические функции на графах, стр. 1-9.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.001

Saracco A.

Discrete sequences in unbounded domains, стр. 22-25.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.003

Багдерина Ю. Ю.

Рациональные интегралы второй степени двумерных уравнений геодезических, стр. 33-40.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.005

Maslei A. V.

On parameters and discreteness of Maskit subgroups in $PSL(2, \mathbb{C})$, стр. 125-134.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.013

Samuel M., Tetenov A. V.

On attractors of iterated function systems in uniform spaces, стр. 151-155.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.015

Mozhey N. P.

Torsion free affine connections on three-dimensional homogeneous spaces, стр. 280-295.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.026

Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Турсунов Д. А.

Асимптотическое решение бисингулярной задачи Робена, стр. 10-21.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.002

Сурков П. Г.

Асимптотика регуляризованных решений некорректной задачи Коши для линейной неавтономной системы с запаздыванием, стр. 41-58.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.006

Cherfaoui S., Kessab A., Kheloufi A.

On 2m-th order parabolic equations with mixed boundary conditions in non-rectangular domains, стр. 73-91.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.009

Табаринцева Е. В.

О решении одной обратной задачи для нелинейного дифференциального уравнения в классе кусочно-гладких функций, стр. 199-209.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.020

Моргулис А. Б.

Вариационные принципы и устойчивость открытых течений идеальной несжимаемой жидкости, стр. 218-251.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.022

Semenko E. V.

Linear problem of shock wave disturbance analysis. Part 1: general solution, incidence, refraction and reflection in general case, стр. 451-472.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.038

Semenko E. V., Semenko T. I.

Linear problem of shock wave disturbance analysis. Part 2: refraction and reflection of plane waves, стр. 473-492.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.039

Semenko E. V., Semenko T. I.

Linear problem of shock wave disturbance analysis. Part 3: refraction and reflection in the neutral stability case, стр. 493-510.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.040

Математическая логика, алгебра и теория чисел

Биткина В. В.

Об автоморфизмах дистанционно регулярного графа с массивом пересечений $\{243, 220, 1; 1, 4, 243\}$, стр. 26-32.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.004

Луцак С. М.

О сложности решеток квазимногообразий, стр. 92-97.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.010

Родионов В. И.

Об одном рекуррентном соотношении в задаче перечисления конечных частичных порядков, стр. 98-111.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.011

Баранский В. А., Сеньчонок Т. А.

О максимальных графических разбиениях, стр. 112-124.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.012

Sudoplatov S. V.

Combinations related to classes of finite and countably categorical structures and their theories, стр. 135-150.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.014

Пинус А. Г.

Об алгебраических множествах универсальных алгебр, стр. 156-162.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.016

Нирова М. С.

Аutomorphisms of дистанционно регулярного графа с массивом пересечений $\{144, 125, 32, 1; 1, 8, 125, 144\}$, стр. 178-189.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.018

Basheyeva A., Nurakunov A., Schwedfsky M., Zamojska-Dzienio A.

Lattices of subclasses. III, стр. 252-263.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.023

Кузьмина А. С., Мальцев Ю. Н.

Конечные кольца с эйлеровыми нильпотентными графами, стр. 274-279.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.025

Sudoplatov S. V.

Relative e-spectra and relative closures for families of theories, стр. 296-307.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.027

Efimov D. B.

The generalized determinant and its application to the enumeration of permutations, стр. 398-404.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.033

Grechkoseeva M. A., Lytkin D. V.

On maximum orders of elements of simple orthogonal groups in characteristic 2, стр. 405-417.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.034

Korovina M. V., Kudinov O. V.

On images of partial computable functions over computable Polish spaces, стр. 418-432.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.035

Reichard S.
Schur rings over the elementary abelian group of order 64, стр. 443-450.
[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.037

Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Kopylov A. P.
On the unique determination of domains by the condition of the local isometry of the boundaries in the relative metrics, стр. 59-72.
[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.008

Шамоян Ф. А., Бежнаж В. А.
Теплицовы операторы в соболевых пространствах аналитических функций и их приложения, стр. 163-177.
[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.017

Родикова Е. Г.
О кратной интерполяции в классе аналитических в единичном круге функций с характеристикой Неванлинны из L^p -пространств, стр. 264-273.
[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.024

Воронин А. Ф.
Условия устойчивости и единственности решения задачи Маркушевича, стр. 511-517.
[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.041

Вычислительная математика

Попов А. С.
Кубатурные формулы на сфере, инвариантные относительно групп симметрии правильных многогранников, стр. 190-198.
[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.019

Прокопьев Г. А., Васильев В. И., Кардашевский А. М., Сивцев П. В.
Численное решение обратной задачи Коши для эллиптического уравнения, стр. 308-316.
[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.028

Novikov A. E., Novikov E. A., Rybkov M. V.
An algorithm of variable structure based on three-stage explicit-implicit methods, стр. 433-442.
[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.036

Гермидер О. В., Попов В. Н.
Математическое моделирование течения разреженного газа в прямоугольном канале с внутренним цилиндрическим элементом, стр. 518-527.
[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.042

Дискретная математика и математическая кибернетика

Августинович С. В., Горкунов Е. В.
Об автоморфизмах линейных кодов над простым полем, стр. 210-217.
[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.021

Tarasyuk I. V., Buchholz P.
Equivalences for fluid stochastic Petri nets, стр. 317-366.
[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.029

Kabanov V. V., Mityanina A. V.
Claw-free strictly Deza graphs, стр. 367-387.
[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.030

Обзоры

Mamontov A. E., Prokudin D. A.

Viscous compressible homogeneous multi-fluids with multiple velocities: barotropic existence theory, стр. 388-397.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.031

Математическая жизнь

Kutateladze S. S.

Decay of the triumvirate, стр. A.1-A.6.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.007

Dynnikov I. A., Glutsyuk A. A., Mironov, A. E., Taimanov, I. A., Vesnin, A. Yu.

Conference "Dynamics in Siberia", Novosibirsk, February 26 - March 4, 2017, стр. A.7-A.30.

[PDF](#) DOI 10.17377/semi.2017.14.032